

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»  
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Веровкин А.Б.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»**

для всех направлений и специальностей ФМИАТ

## Ульяновск

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Избранные вопросы математического анализа» для всех направлений и специальностей ФМИАТ / составитель: Веревкин А.Б. – Ульяновск: УлГУ, 2023.

Настоящие методические указания предназначены в помощь студентам всех направлений и специальностей ФМИАТ для самостоятельной работы по дисциплине «Избранные вопросы математического анализа». В пособии представлена литература по дисциплине, основные темы курса и рекомендации по самостоятельному изучению теоретического и практического материала.

Методические указания будут полезны студентам при подготовке к лекционным и практическим занятиям и промежуточной аттестации по данной дисциплине.

*Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым Советом Факультета математики, информационных и авиационных технологий УлГУ (протокол № 4/23 от 16.05.2023 г.).*

## 1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1981. – 544 с.
2. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 2 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1984. – 640 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014505-X.
4. Виноградова, И.А. Математический анализ в задачах и упражнениях : учебное пособие для вузов / И.А. Виноградова, С.Н. Олехник, В.А. Садовничий. – М. : МГУ, 1991. – 352 с. – ISBN 5-211-01559-2.
5. Максимова, О.Д. Математический анализ в примерах и задачах. Предел функции : учебное пособие для вузов / О.Д. Максимова. – 2-е изд., стер. – М. : Издательство «Юрайт», 2019. – 200 с. – (Университеты России). – ISBN 978-5-534-07222-8. – Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/442137>.
6. Штраус, Л.А. Пределы: методические указания для студентов факультета математики и информационных технологий и факультета управления / Л.А. Штраус, И.В. Баринаова. – Ульяновск : УлГУ, 2012. – 32 с. – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/236>.
7. Штраус, Л.А. Дифференцирование и исследование функций : учебно-методические указания / Л.А. Штраус, И.В. Баринаова. – Ульяновск : УлГУ, 2010. – 30 с. – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/223>.

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### 1) Раздел 1. Ряды

#### **Тема 1. Числовые ряды.**

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 1 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1981. – 544 с.: С. 104–114 чтение теории, С. 116–117 решение задач.
2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014505-X: С. 246–247 чтение теории, С. 247–259 решение задач; С. 259–260 чтение теории, С. 260–267 решение задач; С. 267 чтение теории, С. 267–268 решение задач; С. 300–301 чтение теории, С. 301–306 решение задач; С. 307–308 чтение теории, С. 308–314 решение задач.

#### **Тема 2. Функциональные последовательности и ряды.**

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 2 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1984. – 640 с.: С. 355–363 чтение теории, С. 363 решение задач; С. 363–372 чтение теории, С. 373 решение задач; С. 373–387 чтение теории, С. 387–390 решение задач.
2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014505-X: С. 268–270 чтение теории, С. 270–281 решение задач; С. 281–283 чтение теории, С. 283–294 решение задач.

#### **Тема 3. Ряды Фурье.**

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Зорич, В.А. Математический анализ : учебник для ун-тов. Ч. 2 / В.А. Зорич. – М. : Наука, 1984. – 640 с.: С. 488–510 чтение теории, С. 510–515 решение задач; С. 515–542 чтение

теории, С. 542–550 решение задач; С. 551–577 чтение теории, С. 577–583 решение задач.  
 2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М. : Наука, 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014505-X: С. 294–295 чтение теории, С. 295–300 решение задач.

### Контрольные вопросы по разделу

1. Дать определение числового ряда, частичной суммы числового ряда, суммы числового ряда, знакоположительного ряда, знакочередующегося ряда.
2. Привести примеры сходящихся и расходящихся числовых рядов.
3. Сформулировать необходимое условие сходимости числового ряда.
4. Сформулировать достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: оценочные признаки, признак Даламбера, признаки Коши, признак Раабе.
5. Сформулировать признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.
6. Сформулировать признаки Абеля и Дирихле сходимости числовых рядов.
7. Дать определение абсолютной и условной сходимости числовых рядов.
8. Дать определение функционального ряда, его поточечной и равномерной сходимости.
9. Дать определение степенного ряда, радиуса сходимости, интервала сходимости, области сходимости.
10. Дать определение кусочно-монотонной на  $[a; b]$  функции, периодической функции, ряда Фурье.

### Задачи для самостоятельной работы по разделу

1. Найти сумму числового ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right)$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}$ ;  
 д)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$ .

2. Исследовать числовые ряды на сходимость:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\sqrt{n^2+2n-n}}{\pi}\right)$ ; д)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ ; е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} \sin n}$ ;  
 ё)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} \sin n}$ ; ж)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}$ ; з)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{4^{2n-1} \cdot n!}$ ; и)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$ ; к)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+7}}{(n-2)!} \sin\left(\frac{1}{3^n}\right)$ .

3. Найти области сходимости степенных рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^3}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt[3]{n}}$ ; в)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{\ln n}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!}$ ; д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{2^n \cdot \sqrt{n}}$ .

4. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $y = f(x)$ , аналитическое выражение которой задано на промежутке длиной, равной периоду:

а)  $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in [-\pi; 0) \\ 1, & x \in [0; \pi) \end{cases}$ ; б)  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi; 0) \\ x+1, & x \in [0; \pi) \end{cases}$ ; в)  $f(x) = \begin{cases} 1-2x, & x \in [-\pi; 0) \\ 2, & x \in [0; \pi) \end{cases}$ ;

г)  $f(x) = |x|$  при  $x \in [-1; 1)$ .